

## АНАЛИЗ НА СТРУКТУРАТА НА ФАЗОВАТА РАВНИНА И ДИНАМИКА НА ЕЛЕМЕНТИТЕ НА ТРАЕКТОРИЯТА НА ЧАСТИЦАТА ПРИ СЪРФАТРОННО УСКОРЕНИЕ НА ЕЛЕКТРОНИ ОТ ПАКЕТ ЕЛЕКТРОМАГНИТНИ ВЪЛНИ В КОСМИЧЕСКА ПЛАЗМА

Румен Шкевов<sup>1</sup>, Николай Ерохин<sup>2</sup>, Надежда Зольникова<sup>2</sup>, Людмила Михайловская<sup>2</sup>,  
Костадин Шейретски<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Институт за космически изследвания и технологии – Българска академия на науките

<sup>2</sup>Институт за космически изследвания – Руска академия на науките

<sup>3</sup>Университет за национално и световно стопанство, София, България  
e-mail: shkevov@space.bas.bg, nerokhin@mx.iki.rssi.ru

**Ключови думи:** сърфатронно ускорение, структура на фазова равнина, траектория на частицата, потенциална яма, пакет от електромагнитни вълни, космическа плазма.

**Резюме:** Представено е изследване на сърфатронно ускоряване на електрони от пакет електромагнитни вълни, разпространяващ се напречно на слабо постоянно магнитно поле в космическа плазма. Проведен е комплексен анализ на зоната за ускорение на електроните въз основа на точните числени решения на нелинейното нестационарно диференциално уравнение от втори ред за фазата на вълната на траекторията на частицата. Изследването е проведено чрез анализ, основан на числените пресмятания за структурата и динамиката на фазовата равнина на вълновия пакет за пълния цикъл за ускорение на частицата. В проведения числен експеримент е използван набор от начални параметри съответстващи на слаборелативистки начални енергии на електроните като частицата е позиционирана първоначално в центъра на вълновия пакет. За целите на изследването пълния цикъл за ускоряване на частицата е разделен на няколко зони, в зависимост от етапа на взаимодействията между вълната и частицата. Най-важните структурни елементи на фазовата равнина за пълния цикъл за ускоряване на частицата са обсъдени и представени в графична форма. Направени са заключения за структурата на фазовата равнина и нейната динамика, както и характеристиките на траекторията на частиците при сърфатронно ускоряване електрони от вълнови пакет в космическа плазма.

## ANALYSIS OF THE PHASE PLANE STRUCTURE AND PARTICLE TRAJECTORY ELEMENTS DYNAMICS FOR THE ELECTRONS SURFATRON ACCELERATION BY A WAVE PACKET IN SPACE PLASMA

Rumen Shkevov<sup>1</sup>, Nikolay Erokhin<sup>2</sup>, Nadezhda Zolnikova<sup>2</sup>, Ludmila Mikhailovskaya<sup>2</sup>,  
Kostadin Sheiretsky<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Space and Research and Technology Institute – Bulgarian Academy of Sciences, Sofia, Bulgaria

<sup>2</sup>Space Research Institute – Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

<sup>3</sup>University of National and World Economy, Sofia, Bulgaria  
e-mail: shkevov@space.bas.bg, nerokhin@mx.iki.rssi.ru

**Key words:** surfatron acceleration, phase plane structure, particles trajectory, potential well, electromagnetic wave packet, space plasmas.

**Abstract:** A study of the electrons' surfatron acceleration by a wave's packet propagating transversely to a weak constant magnetic field in space plasma is presented. A comprehensive analysis of the electron acceleration period, based on the exact numerical solutions of a second order nonlinear non-stationary differential equation for the wave packet phase on the particle trajectory, has been carried out. The research is conducted through an analysis based on numerical calculations for the wave's packet phase plane dynamics and structure for the whole particle's acceleration stage. In the conducted numerical experiment, a single set of initial

*parameters corresponding to the electrons low relativistic energies is used and the particle is initially positioned in the center of the wave packet. For the purpose of the research, the whole particle's acceleration cycle is subdivided into several zones, depending of the stage of the wave-particle interaction. The most important structural elements of the phase plane for the whole particle acceleration cycle are discussed and presented in graphical form. Conclusions about phase plane structure, its dynamics and the particles' trajectory features at surfatron acceleration by wave packet in space plasma are drawn.*

## **Въведение**

В настоящата работа е представено едно теоретично изследване на процеса на сърфатронно ускорение на електрони от пакети електромагнитни вълни в космическа плазма. Основната насоченост на изследването е към детайлното познаване на протичането на процесите и взаимодействията преди, по време на, и в края на процеса на ускоряване на частицата от вълновия пакет. Смятаме, че към настоящия момент голяма част от протичащите резонансни взаимодействия между вълновия пакет и частицата не са изучени достатъчно детайлно. Чрез настоящата работа се надяваме да допринесем за по-пълното разбиране на сложните и многостранни процеси, имащи своето място в пространствено времеви континуум на зоната за ускоряване на частицата при изпълнени изисквания за резонанс на Черенковски. Разгледано е ускоряването на електрони със слабoreлативистка и релативистки начални енергии от пространствено локализиран пакет от електромагнитни вълни в космическа плазма, при наличие на слабо, напречно на разпространението на пакета, постоянно магнитно поле. Резонансното ускоряване на електрони от електромагнитни вълни и в частност сърфатронното ускорение на заредени частици е разглеждано преди в работите [1–5]. В работите [6–15] са обсъдени различни аспекти на това физично явление, като взаимодействия в нееднородна плазма [6, 7, 14], динамика [8] и взаимодействия с две вълни [9], а в работите [10, 11] е изследвана ефективността на ускоряването на частиците. Публикациите [6, 7, 13, 16–18] разглеждат сърфатронното ускорение на заредени частици е един от възможните механизми за генериране на потоци от ултрарелативистки частици в природата. Разглежданият процес принадлежи към категорията на резонансните процеси на взаимодействие между електромагнитните вълни и заредените частици, в които има относително голямо увеличение на енергията на частиците - нарастването на енергията на частицата е надхвърля 3–4 порядъка [10, 11]. Едно от основните изисквания за осъществяването на този клас взаимодействие е необходимостта да се изпълни условието за резонанс на Черенков [6, 7, 10, 11].

В този доклад на базата на числени пресмятания се анализира структурата на фазовата равнина и нейните отделни елементи, както и траекторията на частицата по време на протичането на същинския процес на ускоряване. Така избраните начални параметри на числения експеримент съответстват на слабoreлативистки и релативистки скорости и енергии за вълновия пакет и ускоряемите електрони. Поради ограничения обем страници в този формат, са представени в графичен вид малка част от резултатите получени при пресмятанията и последващият анализ на числените експерименти.

## **Теоретична обосновка и основни уравнения**

Разглеждаме ускоряването на слабо релативистки и релативистки електрони от пакет електромагнитни вълни с р-поляризация имаш гладка лоренцова обвиваща на амплитудата. Вълновия пакет се разпространява по оста  $x$  в магнитоактивна плазма напречно на слабото външно магнитно поле  $H_0$ , което е насочено по оста  $z$ . Подобни теоретични обосновки могат да бъдат намерени в работите [3, 4, 8–14]. Разглеждаме случая, в който честотата на вълната е близка до честотата на горния хибриден резонанс, но се различава от него, когато е изпълнено следното условие:  $\omega_{He} / \omega = u < 1$ , където  $\omega_{He}$  е циклотронната честота на нерелативистки електрони на плазма.

При пресмятанията предполагаме, че фазовата скорост на вълната  $v_{ph} = \omega / k$  е по-ниска от скоростта на светлината във вакуум и имаме реализиран резонанс Черенков между ускорените частици и електромагнитния пакет. Според проведените по-ранни изчисления [8] задачата за изучаването на силното ускорение на електрони в космическа плазма може да бъде опростен чрез пренебрегване на вихрови компоненти на вълновите полета  $E_y$  и  $H_z$ , защото влиянието им върху резултата от изчисленията е незначително. В този случай електрическото поле на вълната може да се счита за електростатично, т.е.  $E_x(x, t) = A \cos \Psi$ , където  $\Psi = \omega_0 t - k_0 x$ , където  $\omega_0$  е носещата честота на пакета,  $k_0 = k(\omega_0)$  вълновия вектор, а  $A(x, t)$  е функцията определяща гладката лоренцова обвиваща на амплитудата на пакета.

Нека разгледаме релативистките уравнения за импулса  $\mathbf{p}$  за движението на ускоряемия електрон [4, 8–14]:

$$\begin{aligned} dp_x / dt &= -e E_x - e v_y (H_0 + H_z) / c, \\ (1) \quad dp_y / dt &= -e E_y + e v_x (H_0 + H_z) / c \\ dp_z / dt &= 0, \quad p_z = \text{const}, \end{aligned}$$

Въвеждаме безразмерните променливи и параметри  $\beta = \mathbf{v} / c$  - скорост на електрона,  $\sigma = e E_0 / m c \omega_0$  - амплитуда на вълната,  $\tau = \omega_0 t$ ,  $\xi = \omega x / c = k_0 x$  - безразмерна координата,  $\gamma = 1 / (1 - \beta^2)^{1/2}$  - релативистки фактор на частицата,  $u = \omega_{He} / \omega_0$ ,  $\omega_{He} = e H_0 / m c$  нерелативистка циклотронна честота на електроните,  $E_0$  - амплитуда на електрическото поле в центъра на вълновия пакет. Захващането на заредени частици в режим на сърфатронно ускорение е възможно, когато амплитудата на електрическото поле - една от компонентите на електромагнитната вълна, е над определена критична стойност, т.е. за  $\sigma = e E_0 / m c \omega > u \gamma_p = u / (1 - \beta_p^2)^{1/2}$ . Необходимо е да обърнем внимание, че безразмерната скорост на заредената частица може да бъде изразена с  $\beta_x = \beta_p [1 - (d\Psi/d\tau)]$ ,  $\beta_p = \omega_0 / c k_0$ , импулса на електрона е равен на  $\mathbf{p} = m c \gamma \beta$ , а показателя на пречупване на плазмата  $N = c k / \omega$  е свързан с фазовата скорост на вълната с израза  $\beta_p = 1 / N$ .

Използвайки горните изрази, нека да запишем релативистките уравнения за движение за импулса на ускоряемия електрон в безразмерен вид [4, 8, 10, 11]:

$$\begin{aligned} d(\gamma \beta_x) / d\tau &= -\Lambda \cos \Psi - u \beta_y \\ (2) \quad \gamma \beta_z &= \text{const} \equiv h \\ d(\gamma \beta_y) / d\tau &= u \beta_x \\ d\gamma / d\tau &= -\Lambda \beta_x \cos \Psi, \end{aligned}$$

където  $\Lambda = \sigma / \{1 + [(\tau - \Psi) / \rho]^2\}$  е лоренцовата обвиваща на амплитудата на вълновия пакет, параметъра за ширината на вълновия пакет  $\rho$  се смята достатъчно голям за реализация на ултрарелативисткото ускорение на захванати частици при  $\rho = \omega_0 L / c \sim (10^4 - 10^6)$ , където  $2L$  е характерната ширина на вълновия пакет. Използвайки (2) можем да намерим интегралите за движение на ускоряемия електрон. Подробно извеждане на уравнението (3) може да бъде намерено в работите [4, 8, 10, 11]. Отчитайки всички полагания можем да запишем крайния вид на нелинейното нестационарно уравнение от втори порядък за фазата на вълната на траекторията на частицата:

$$(3) \quad d^2 \Psi / d\tau^2 - [\sigma (1 - \beta_x^2) / \gamma \beta_p] \cos \Psi - (u \beta_y / \gamma \beta_p) = 0.$$

На основата на численото решаване на нелинейното, нестационарно уравнение (3) за фазата на вълновия пакет  $\Psi(\tau) \equiv \Psi[x(\tau), \tau]$  на носещата честота е изследвано захващането на слаборелативистки електрони в режим на силно сърфатронно ускорение от пакет електромагнитни вълни [8, 11, 12].

При решаването на (3) началните данни вземаме във вида  $\Psi(0) = \Psi_0$ ,  $\Psi_\tau(0) = a$ . Съответно имаме  $\beta_x(0) = \beta_p (1 - a)$ . Нека да въведем компонентите за безразмерния импулс на частицата  $g_x = \gamma \beta_x$ ,  $g_y = \gamma \beta_y$ . За достатъчно големи времена на ускоряване на електрона численото решение трябва да достигне асимптотични значения за компонентите на скоростта и релативисткия фактор на частицата  $\gamma(\tau) \approx u \beta_p \gamma_p \tau$ ,  $\beta_x \approx \beta_p$ ,  $\beta_y \approx 1 / \gamma_p$ , а темпът на нарастване на ускорението е постоянен и не зависи от амплитудата на вълната  $\sigma$ , определяща се от асимптотичното значение на функцията  $\sigma < \beta_x \cos \Psi >$ .

### Резултати от числените пресмятания

Проведеният числен експеримент е насочен към изучаването на протичането на процеса за ускоряване на слаборелативистки електрони от пакет електромагнитни вълни. В даденото изследване сме приели, че частицата се намира в центъра на вълновия пакет, т.е. в началната топология на експеримента е заложено условието  $\Psi_0 = \Psi(0) = 0$ . В съответствие с предходния параграф, на базата на точното решаване на уравнението (3) за фазата на вълновия пакет на траекторията на частицата ще представим детайлен анализ на структурата

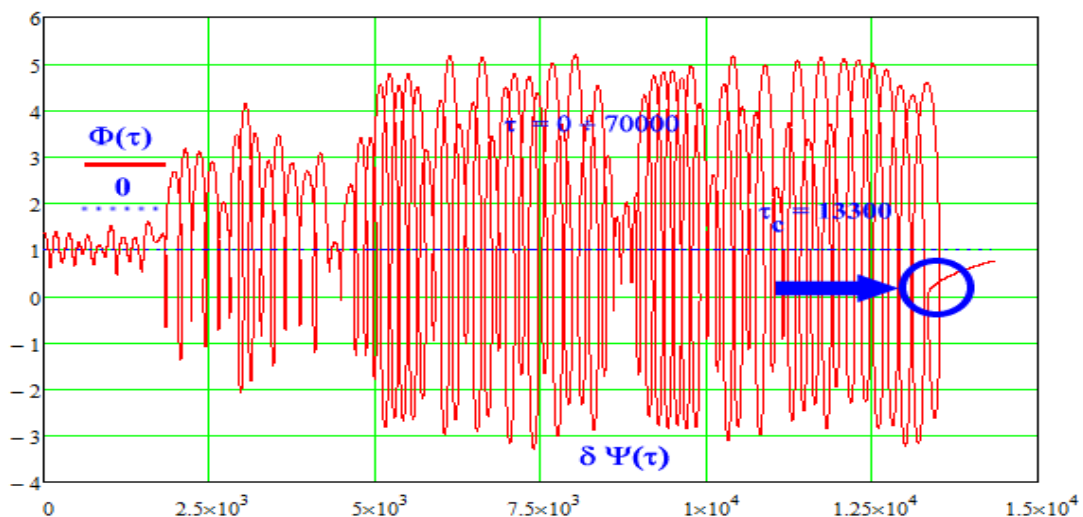
на фазовата плоскост. Проведените числени пресмятания позволяват точното изследване на нейната динамика по време на процеса на ускоряване на частицата. Численото решаване на уравнението (3) позволява разделянето на процеса на ускоряване на частицата на отделни специфични зони изобразяващи базови елементи от фазовата равнина. Отделните елементи съответстват на поредицата от части от основни процеси през които преминава един пълен цикъл за ускоряване на частицата. Под пълен цикъл на ускорение разбираме последователността от състояния отразяващи - свободен електрон изпълняващ циклотронно въртене в полето  $H_0$ , захващане и задържане на частицата от динамичната потенциална яма породена от полетата на вълновия пакет и  $H_0$ . В зависимост от типа и началната топология на процеса на резонансните взаимодействия между вълновия пакет и частицата съществуват няколко сценария за достигане дъното на динамичната потенциална яма. На базата на представените по-долу числени резултати, и в частност за конкретния разгледан случай, след захващането частицата започва процеса на сърфатронно ускорение. След като достига до дъното на потенциалната яма, частицата се оттласква от него и преминава през друг основен етап на ускорение докато достигне до излитане от ямата. След излитането частицата преминава отново към циклотронно въртене в полето  $H_0$  като електронът е с 3 порядъка по-висока енергия в резултат на неговото сърфатронно ускоряване.

Проведения числен анализ на реализирания експеримент е направен с помощта на набора от начални параметри, представени в Таблица 1. Полагането  $\Psi_0 = \Psi(0) = 0$  съответства на началната позиция на частицата в центъра на вълновия пакет [11]. При началните параметри от Табл. 1 електронът има начален релативистки фактор  $\gamma(0) = 1.116$ .

$u$	$\beta_p$	$h$	$g_y(0)$	$\Psi(0)$	$a$	$\rho$	$\sigma/\sigma_c$	$\tau_{calc}$	$\tau_c$	$\tau_d$
0.20	0.25	0.30	0.28	0	0	70k	1.65	70k	0	56920

Таблица 1. Набор от начални параметри за диференциалното уравнение (3) съответстващ на слабoreлативистки енергии на електроните и скорости на вълновия пакет.

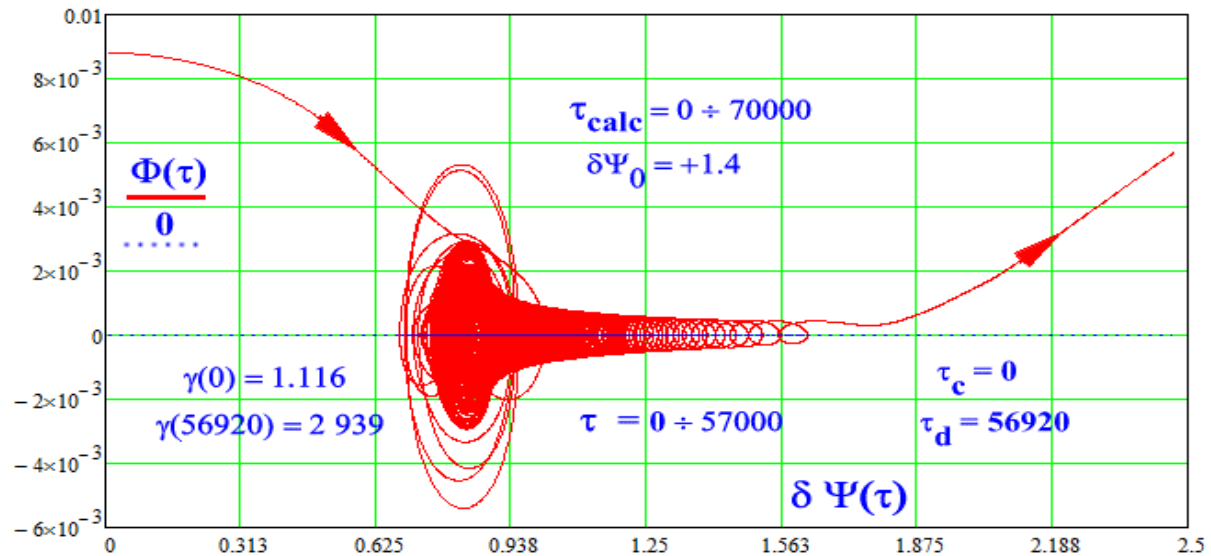
Нека разгледаме взаимодействията между слабoreлативистки електрон изпълняващ циклотронно въртене в полето  $H_0$  и пакет от електромагнитни вълни разпространяващ се напречно на вектора на  $H_0$ . На Фиг.1 е показана структурата на фазовата равнина ( $\Phi(\tau)$ ,  $\delta\Psi(\tau)$ ), където  $\Phi(\tau) = d\Psi / d\tau$  и  $\delta\Psi = \Psi(\tau) - \Psi(0)$ . На Фиг.1 за  $\delta\Psi = < 13000$  електрона не е уловен от вълновия пакет. Всички фигури тази работа са построени с така дефинираната ( $\Phi(\tau)$ ,  $\delta\Psi(\tau)$ ).



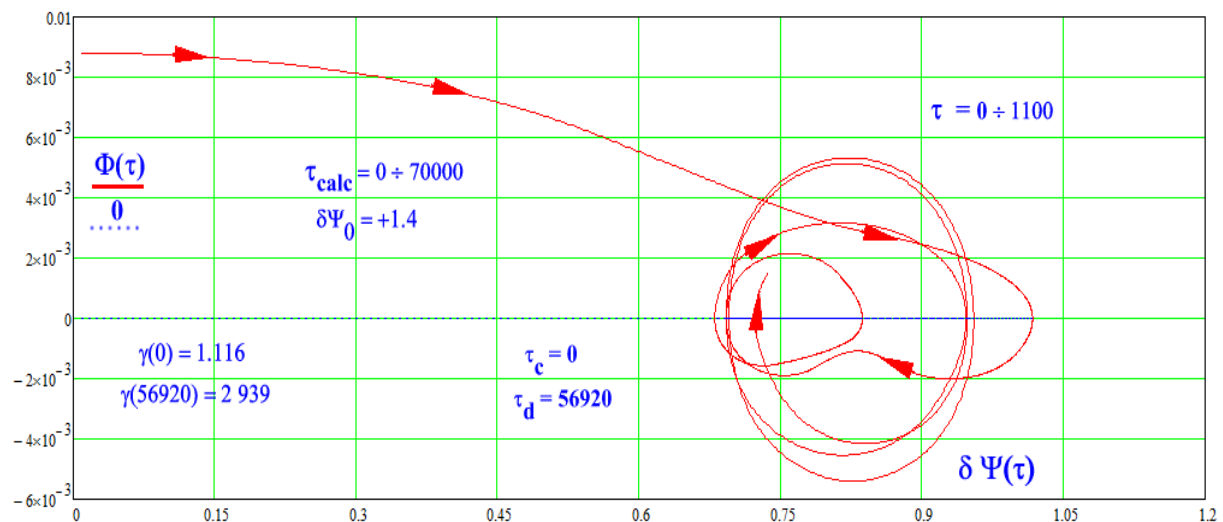
Фиг. 1. Структура на фазовата равнина ( $\Phi(\tau)$ ,  $\delta\Psi(\tau)$ ) за свободен електрон взаимодействащ с вълновия пакет. Флукуациите в амплитудата на функцията  $\Phi(\tau)$ , се дължат на обмен на енергия между вълновия пакет и частицата. Частицата е захваната при  $\delta\Psi = \Psi(\tau) - \Psi(0) > 13300$ .

Наблюдаваните флуктуации в амплитудата на функцията  $\Phi(\tau)$ , се дължат на обмен на енергия между вълновия пакет и частицата, които не са довели до захващане и ускоряване на частицата. Частицата е успешно захваната от вълновия пакет при  $\delta\Psi = \Psi(\tau) - \Psi(0) > 13000$ .

За основа на числения експеримент беше избран един от средностатистическите случаи. За начално значение на фазата на вълновия пакет е избрано значението  $\Psi(0) = -1.4$ , при началните условия за уравнението (3) от Табл. 1. На Фиг. 2 е показан пълният цикъл на сърфатронно ускоряване на електрон при време за захват  $\tau_c = 0$  и време за излитане от ямата  $\tau_d = 56920$ . За пълния цикъл на сърфатронно ускорение от вълновия пакет релативисткият фактор на частицата при излитането от потенциалната яма достига  $\gamma(56920) = 2.939 \cdot 10^3$ .

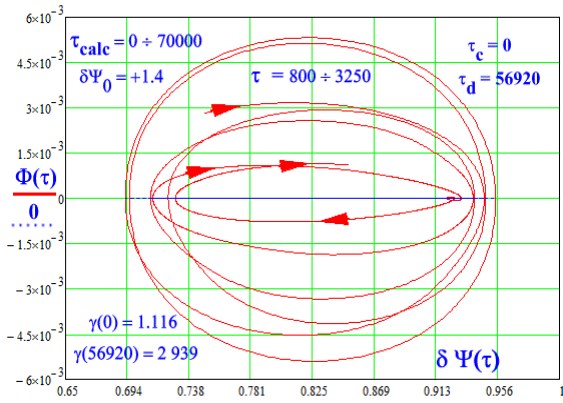


Фиг. 2. Фазова равнина при сърфатронно ускорение на електрон от вълнови пакет, отразяваща пълния процес за ускоряване на частицата в диапазона  $\tau = 0 \div 57000$ . При начални условия, показани в Табл. 1, електронът има  $\tau_c = 0$ ,  $\tau_d = 56920$  и начална енергия  $E_{INI} \cong 0.57 \text{ MeV}$ .

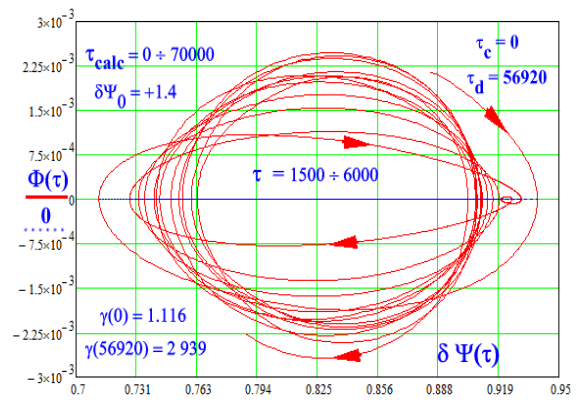


Фиг. 3. Първи стадии на обмен на енергия между вълновия пакет и частицата – първоначално улавяне на частицата. На фигурата е представен диапазонът  $\tau = 0 - 1100$  при  $\tau_c = 0$ ,  $\beta_p = 0.25$  и  $E_{INI} \cong 0.57 \text{ MeV}$ . Силно нелинейната крива на траекторията на частицата отразява изключително сложния процес на начално улавяне на частицата в потенциалната яма.

Фиг. 4 отразява стадия при който частицата е уловена, но все още се намира в нестабилното пространство на горния ръб на потенциалната яма. Наблюдаваните „възли“ в десния

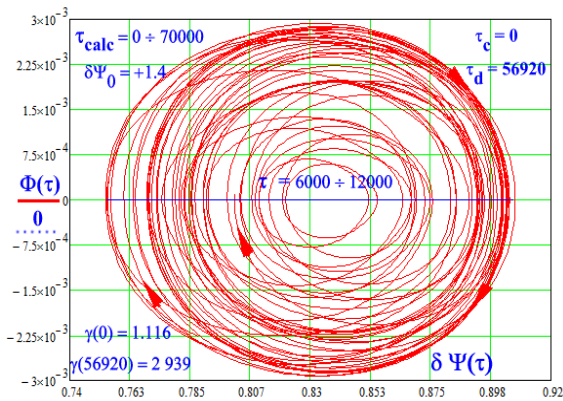


Фиг. 4. Елемент от фазовата равнина отразяващ периода  $\tau = 800 - 3250$

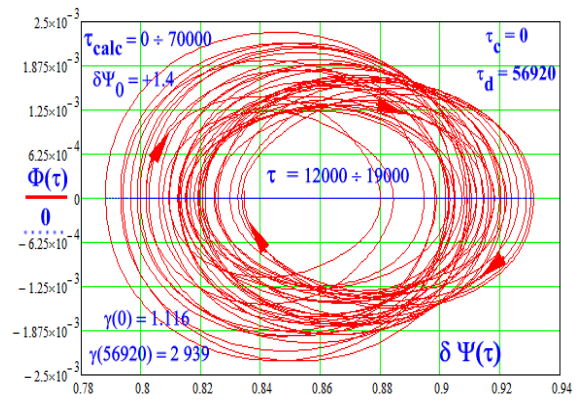


Фиг. 5. Елемент от фазовата равнина отразяващ периода  $\tau = 1500 - 6000$

край на Фиг.4 са показателни за все още силно нелинейния характер на взаимодействията за периодите.  $\tau = 800 \div 3250$ . Фиг.5 отразява зоната  $\tau = 1500 \div 6000$ , в която процеса е в началото на понижаване на силно нелинейните участъци във структурата на фазовата равнина .

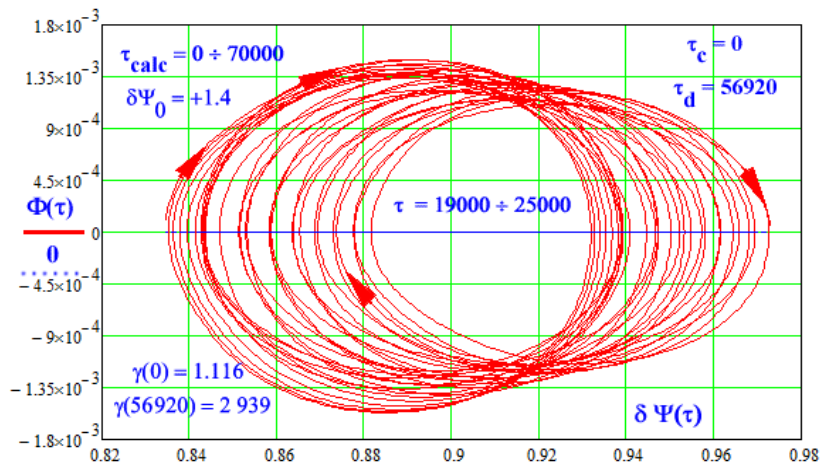


Фиг. 6. Елемент от фазовата равнина отразяващ периода  $\tau = 6000 - 12000$



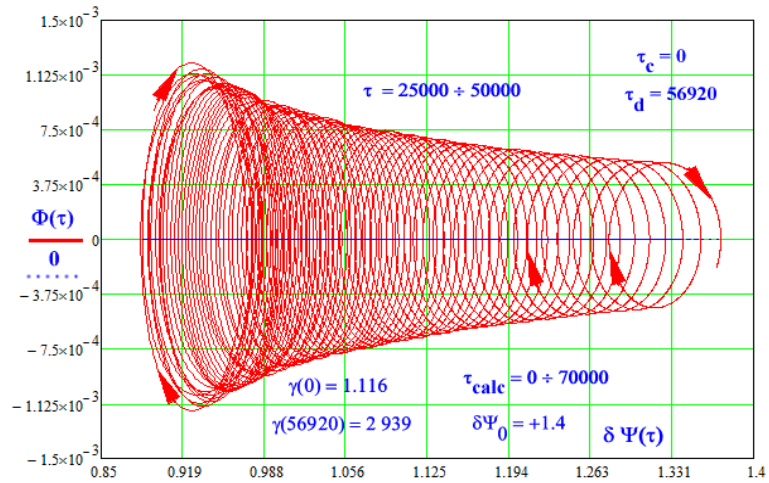
Фиг. 7. Елемент от фазовата равнина отразяващ периода  $\tau = 12000 - 19000$

Фиг. 6 и Фиг. 7 отразяват зоните  $\tau = 6000 - 12000$  и  $\tau = 12000 - 19000$  представящи траекториите във фазовата равнина ( $\Phi(\tau)$ ,  $\delta\Psi(\tau)$ ), намиращи се в зоната преди основата на симетричния ускорителен конус, характерен за този тип резонансни ускорителни процеси.

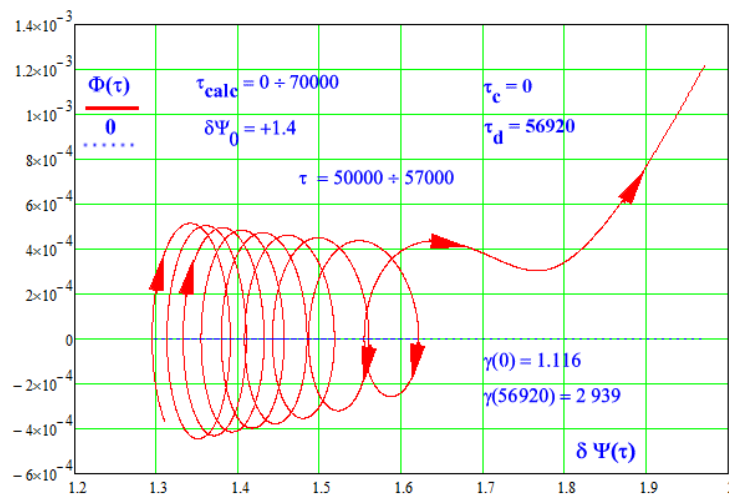


Фиг. 8. Кривата отразява периода  $\tau = 19\ 000 - 25\ 000$ . Дясната част на спиралата е пространството, в което се формира основата на симетричния ускорителен конус.

На Фиг. 8. кривата отразява периода  $\tau = 19\,000 - 25\,000$  в структурата на фазовата равнина. Дясната част на спиралата е пространството, в което се формира основата на симетричният ускорителен конус. На Фиг. 9. е представен периодът  $\tau = 25\,000 - 50\,000$ . Типична форма на симетричен ускорителен конус във фазовата равнина ( $\Phi(\tau)$ ,  $\delta\Psi(\tau)$ ) - резонансна крива при сърфатронно ускоряване на заредени частици. Кривата показва наличие на особена точка от типа стабилен фокус, или с други думи атрактор.



Фиг. 9. Представен периодът  $\tau = 25\text{к} - 50\text{к}$ . Типична форма ускорителен конус във фазовата равнина ( $\Phi(\tau)$ ,  $\delta\Psi(\tau)$ ) - резонансна крива при сърфатронно ускоряване на заредени частици. Кривата показва наличие на особена точка от типа стабилен фокус - атрактор.



Фиг. 10. При  $\tau_d = 56920$  настъпва край на сърфатронното ускоряване на електрони от пакет електромагнитни вълни в космическа плама. Кривата показва периодът  $\tau = 50000 - 57000$ .

В дясната част на Фиг. 8 и лявата част на Фиг. 9, в основата на ускорителния конус, се наблюдават и специфични модулационни процеси отразени неговата обвиващата повърхност. Тяхната амплитудата с нарастването на  $\tau$  намалява и повърхността на конуса в дясната част се изглажда. На Фиг. 10 е показан върхът на ускорителния конус и края на процеса на сърфатронно ускоряване на електрони от пакет електромагнитни вълни в космическа плама. На Фиг. 2–10 са показани на основата на числени пресмятания всички отделни елементи на структурата на фазовата равнина при сърфатронно ускоряване на електрони от пакет електромагнитни вълни.

### Заклучение

В настоящата работа изследван механизма на резонансно сърфатронно ускоряване на електрони от пакет електромагнитни вълни в космическа плазма. Чрез точни решения на нелинейното нестационарно диференциалното уравнение от втори порядък за фазата на

вълната на траекторията на частицата е проведен числен експеримент за слаборелативистки енергии на електроните и скорости на вълновия пакет.

Потвърдена е високата ефективност на процеса на сърфатронно ускоряване първоначално анализирана в работите [10, 11]. В полза на това твърдение са получените резултати в настоящата работа, а именно слаборелативистки електрон с начална енергия  $E_{INI} = 0.57 \text{ MeV}$  достига след процеса на ускоряване енергия от  $E_{OUT} = 1.5 \text{ GeV}$ . Нарастването на енергията в разгледания средностатистически случай е с повече от три порядъка.

Изследвана е динамиката и структурата на фазовата равнина при протичане на процеса на сърфатронно ускоряване. Изучен е пълния цикъл на процеса на резонансно ускоряване на електрони от вълнови пакет чрез анализ на динамиката и структурата на фазовата равнина.

Детайлното е изучено протичането на процесите и взаимодействията преди, по време на, и в края на процеса на ускоряване на частицата от вълновия пакет.

Дефинирани са най-важните структурни зони изграждащи пълния цикъл за ускоряване на частицата. Ясно са разграничени са отделните етапи при протичането на процеса на ускоряване на частицата и са представени в графична форма.

Показан е сложния характер на взаимодействията от типа вълна-частица особено в периода на захващане на частицата и началните етапи от процеса на ускоряване – Фиг. 3–5.

Получените знания могат да намерят приложение и в други научни области свързани с изследвания изучаващи ускоряване на заредени частици, протичащи както в условията на синтетична плазма, така и в естествените условия на космическото пространство.

Това изследване е част от съвместния руско-български проект „Сърфатрон“ между ИКИ-РАН и ИКИТ-БАН по Програмата за фундаментални космически изследвания между РАН и БАН

### Литература:

1. Сагдеев, Р. З., Сб. Вопросы теории плазмы, М.: Атомиздат, 1964.
2. Сагдеев, Р. З., Шапиро В. Д. Влияние поперечного магнитного поля на затухание Ландау. Письма в ЖЭТФ. Т.17, № 7., 1973, 389–394.
3. Tajima, T. and J. M. Dawson Laser electron accelerator. Phys. Rev. Let. V.43, No.4, 1979, p.p. 267-270.
4. Katsouleas, N., J. M. Dawson. Unlimited electron acceleration in laser-driven plasma wave. Physical Review Letters, V. 51, № 5, 1983, pp. 392–395.
5. Грибов, Б. Э., Р. З. Сагдеев, В. Д. Шапиро, В. И. Шевченко. О затухании плазменных волн и ускорении резонансных электр. в поперечном магнитном поле. Письма в ЖЭТФ, т. 42, № 2, 1985, 54–58.
6. Ерохин, Н. С., А. А. Лазарев, С. С. Моисеев, Р. З. Сагдеев. Увлечение и ускорение заряженных частиц замедленной волной в неоднородной плазме. ДАН СССР, т. 295, № 4, 1987, 849–852.
7. Ерохин, Н. С., С. С. Моисеев, Р.З. Сагдеев. Релятивистский серфинг в неоднородной плазме и генерация космических лучей. Письма в Астрономический журнал, т. 15, № 1, 1989, 3–10.
8. Ерохин, Н. С., Н. Н. Зольникова, Е. А. Кузнецов, Л. А. Михайловская. Динамика релятивистского ускорения заряженных частиц в космической плазме при серфинге на пакете электромагнитных волн. Вопросы атомной науки и техники, сер. Плазменная электр. № 4(68), 2010, 116–120.
9. Erokhin, N. S., N. N., Zolnikova, R. Shkevov, L. A. Mikhailovskaya, P. Trenchev. On the charged particles surfatron acceleration in space plasmas. C.R. Acad. Bulg. Sci., 60, № 9, 2007, pp. 967–972.
10. Shkevov, R., N. S. Erokhin, L. A. Mikhailovskaya, N. N. Zolnikova. Numerical investigation of the surfatron acceleration efficiency of charged particles by wave packets in space plasma. Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics, JASTP, V. 99, 2013, pp. 73–77.
11. Shkevov, R., N. S. Erokhin, V. M. Loznikov, N. N. Zolnikova, L. A. Mikhailovskaya. Surfatron acceleration of weakly relativistic electrons by electromagnetic wave packet in space plasma. Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics, JASTP, Volume 177, October 2018, pp. 266–273.
12. Shkevov, R., Erokhin, N. S., Loznikov, V. M., Zolnikova, N. N., Mikhailovskaya, L. A. Dynamics analysis of the electrons surfatron acceleration by a wave packet in space plasma. Proceedings SES2018, ISSN: 2603-3313, 2018, pp. 23–29.
13. Кичигин, Г. Н. Серфотронный механизм ускорения космических лучей в галактической плазме. ЖЭТФ, т. 119, № 6, 2001, 1038–1049.
14. Dieckmann, M. E., P. K. Shukla. Electron surfing acceleration by the electron two-stream instability in a weak magnetic field. Plasma Phys. Control. Fusion, V. 48, Issue 10, 2006, pp. 1515–1530.
15. Нейштадт, А. И., А. В. Артемьев, Л. М. Зеленый, Д. Л. Вайнштейн. Серфотронное ускорение в электр. волнах с малой фазовой скоростью, Письма в ЖЭТФ. т. 89, вып. 9, 2009, 528–534.
16. Loznikov, V. M., N. S., Erokhin, L. A. Mikhailovskaya. An explanation of variable peculiarities in spectra of electrons and positrons of cosmic rays. Cosmic Research, V. 51 (3), 2013, pp. 177–188.
17. Loznikov, V. M., Erokhin, N. S., Zolnikova, N. N. and Mikhailovskaya, L. A. On the reason for the kink in the rigidity spectra of cosmic ray protons and helium nuclei near 230 GV. Plasma Physics Reports, V. 42 (7), 2016, pp. 658–665,
18. Loznikov, V. M., N. S. Erokhin, N. N. Zol'nikova, L. A. Mikhailovskaya. Surfatron Accelerator in the Local Interstellar Cloud. Plasma Physics Reports, 43 (1), 2017, pp. 51–61.